

Matematica e studenti ciechi: il progetto LAMBDA

Flavio Fogarolo
MIUR - CSA di Vicenza

LAMBDA (acronimo di Linear Access to Mathematic for Braille Device and Audio-synthesis) è un progetto di ricerca europeo che ha l'obiettivo di realizzare in efficace sistema per consentire l'accesso ai documenti matematici da parte delle persone non vedenti, in particolare in ambiente scolastico e universitario.

Il problema

La matematica è considerata spesso una disciplina particolarmente ostica per i ciechi. Le cause sono molte, legate in generale ai limiti dalla mediazione aptica (ossia del tatto) e, spesso, a ridotte esperienze psicomotorie.

Per i bambini più piccoli il problema della notazione matematica, oggetto diretto del progetto LAMBDA, è probabilmente secondario rispetto alla difficoltà di sviluppare adeguati processi cognitivi senza il supporto dell'esperienza visiva; per gli studenti più grandi però, man mano che essi riescono a sviluppare delle strategie di elaborazione che conducono, per altre strade, all'astrazione e alla conseguente concettualizzazione matematica, i limiti della notazione tradizionale braille si fanno sempre più sentite e cresce il bisogno di strumenti più efficienti.

Sono soprattutto gli studenti *informatizzati*, ossia coloro che hanno acquisito una buona competenza nell'uso del computer con le periferiche braille e vocali, quelli che più di tutti tendono a estendere anche in questo campo i vantaggi, ben sperimentati, dei nuovi strumenti di accesso:

- maggiore funzionalità e velocità rispetto agli strumenti braille tradizionali;
- accesso a tutti i documenti in formato elettronico, non solo ai pochi prodotti anche in braille;
- testi direttamente accessibili anche a chi non conosce il braille.

Per altre discipline (storia, lingue, letteratura, filosofia...) si tratta di traguardi raggiunti e ben consolidati che ai quali il nostro *studente informatizzato* non è certo disposto a rinunciare. Vantaggi enormi in termini di efficienza funzionale ("Anche se in modo diverso, posso fare quello che fanno i miei compagni"), di autonomia ("Posso fare molte cose da solo, non dipendo in tutto dagli altri"), di accesso agli strumenti didattici e culturali ("Con pochi adattamenti, spesso con *nessun* adattamento, posso consultare da solo tutti i testi che usano i miei compagni") e, infine, di comunicazione con gli insegnanti e i compagni ("Tutti possono leggere, subito e senza fatica, quello che io scrivo; l'insegnante può seguire anche il mio lavoro ed essere davvero il *mio* insegnante").

Questo purtroppo non vale ancora per la matematica. In questo ambito, infatti, i vantaggi del computer sono ancora molto incerti.

C'è innanzitutto il problema del codice matematico. Le periferiche per ciechi, braille e vocali, possono leggere solo testi lineari (successione di caratteri conosciuti) ma il documento matematico non è né testuale né lineare. Usa infatti un set di simboli assai più ampio rispetto all'uso comune e attribuisce significato anche alla loro posizione e dimensione relativa (sopra, sotto, apice, pedice...).

I codici matematici

Non è certo impossibile definire un sistema testuale e lineare di scrittura matematica.

Il Latex è un sistema efficiente e completo di scrittura lineare, molto usato in ambiente scientifico e universitario, in cui i simboli e le strutture matematiche si indicano con delle brevi sigle testuali.

Attualmente acquista sempre più importanza il MathML: le due lettere finali della sigla (ML che stanno per Markup Language, linguaggio basato su marcatori) denotano chiari legami con XML e HTML e quindi con Internet. MathML è infatti un codice basato su XML e approvato dal W3C, il consorzio mondiale che definisce le regole del web e di internet.

Sia Latex che MathML si basano su un codice sorgente testuale, assai complesso e prolisso (soprattutto per il MathML), che può essere trasformato in un testo matematico di tipo grafico da un programma di visualizzazione. Esso però non è accessibile ai ciechi che possono consultare e manipolare solo il codice sorgente.

L'uso del Latex e, soprattutto, del MathML da parte degli utenti non vedenti, anche se tecnicamente possibile, è quindi assai complesso e problematico soprattutto in contesto didattico. L'accessibilità agli Screen Reader è infatti una condizione necessaria ma non sufficiente per avere un ambiente efficiente e veramente utilizzabile.

Ma non solo. A scuola il testo matematico non va solo *letto* o *scritto*: le espressioni matematiche vanno elaborate, analizzate, trasformate, manipolate, dimostrate, risolte... ed è in queste attività che anche il codice sorgente Latex si rivela assolutamente inadatto.

In generale, scrivere e, soprattutto, manipolare un testo matematico usando solo la tastiera del computer è complesso per tutti, certamente molto più complesso che eseguire le stesse operazioni con carta e penna. Pensiamo, ad esempio, a quanti calcoli o semplificazioni si possono eseguire rapidamente su carta con pochi tratti di penna mentre al computer richiedono una serie di complessi passaggi, soprattutto se si vuole mantenere traccia del lavoro intermedio (e non cancellare o sostituire definitivamente) per rendere possibile in caso di errori la revisione del lavoro svolto.

Il sistema LAMBDA

Partendo da queste considerazioni, il team di LAMBDA ha progettato un sistema basato sull'integrazione funzionale di un **codice matematico** lineare e un **editor** per la visualizzazione, la scrittura e la manipolazione.

È stato costruito un codice nuovo (il codice LAMBDA) che ha una stretta connessione con il MathML: è sempre possibile convertire, in modo automatico e senza ambiguità, il codice LAMBDA in MathML e viceversa. Da questo, utilizzando uno dei vari sistemi di conversione già esistenti, si passa al Latex e pertanto con LAMBDA è possibile accedere, in ingresso e in uscita, a questi formati che coprono la stragrande maggioranza della documentazione scientifica.

Il codice LAMBDA è costruito in modo da poter essere presentato all'utente, attraverso l'editor, in modo compatto e facile da usare con le periferiche braille.

L'editor di LAMBDA ha una funzione importantissima. Come i programmi di visualizzazione del Latex e MathML, trasforma il codice sorgente affinché esso si presenti all'utente nel modo per lui più semplice e immediato ossia, per i nostri utenti non vedenti, un codice lineare facilmente consultabile a video e con la sintesi vocale. Ma, altra fondamentale differenza, il software di LAMBDA è un *editor*, non un semplice *browser*, esso pertanto consente all'utente di scrivere e manipolare la formula, non solo di leggerla come fanno i visualizzatori per Latex e MathML.

Il codice sorgente di LAMBDA rimane nascosto all'utente: egli non ha nessun bisogno di accedervi perché può gestirlo facilmente e in modo completo attraverso l'editor.

Come si può vedere, la coppia apri/chiedi ha una forte analogia con l'apri e chiudi numeratore del braille italiano a 6 punti (non era possibile usare gli stessi simboli perché a 8 punti il codice 1246 è assegnato al numero 6).

L'intermedio, ossia il segno di frazione, ha una forte somiglianza con la barra a 6 punti (punti 34).

In altri paesi si seguono regole diverse (anche "molto" diverse) per indicare, in braille a 6 punti, la frazione composta e si sceglieranno pertanto delle altre combinazioni di punti braille da assegnare ai tre marcatori LAMBDA.

Poiché le combinazioni braille disponibili sono meno dei simboli necessari, è inevitabile ricorrere in certi casi a delle combinazioni di punti braille (due o più simboli in sequenza per definire un unico elemento). Nella definizione del codice Braille a 8 punti per la matematica i caratteri Braille usati sono in numero assai minore dei 256 (2^8) teoricamente disponibili. Un numero troppo elevato di simboli nuovi avrebbe creato troppi problemi di discriminazione, memorizzazione e addestramento. La memorizzazione di un simbolo completamente nuovo è proponibile per un numero limitato di casi; in generale, quando non è possibile ricorrere ad analogie con il codice a 6 punti come visto sopra, è meglio cercare di sfruttare collegamenti di tipo logico o mnemonico. Se, ad esempio, definiamo un prefisso per indicare l'uso di un simbolo, come analogia, in insiemistica, potremo riutilizzare una serie di simboli già conosciuti e memorizzati.

In questa tabella abbiamo alcuni simboli definiti in LAMBDA con il prefisso insiemistica (punti 48).

\cup	Unione		Prefisso insiemistica e addizione
$/$	Differenza tra insiemi		Prefisso insiemistica e sottrazione
\subset	Incluso strettamente		Prefisso insiemistica e minore
\subseteq	Incluso in senso lato		Prefisso insiemistica e minore-uguale

Oltre a quello per l'insiemistica (per il braille italiano punti 4 e 8) sono stati definiti altri tre prefissi:

- negazione (punti 3468) inverte il significato del simbolo che segue (ad esempio: non uguale, non appartiene...);
 - greco (punti 45) per rappresentare le lettere greche; va seguito dalla lettera latina corrispondente, sia maiuscola che minuscola;
 - generico (punti 34568) usato in più contesti, in particolare la geometria e la logica.
- Altri simboli doppi sono semplici ed intuitivi, spesso già usati nel braille a 6 punti. Ad esempio \leq (maggiore uguale) sarà \leq , \pm (più e meno) diventa \pm , \ll (molto maggiore) sarà \ll (due simboli di maggiore).

Da notare che, anche se rappresentati con più caratteri, i simboli e i marcatori sono sempre considerati in modo unitario (vanno inseriti, cancellati, spostati, selezionati... come fossero un unico carattere). Inoltre la sintesi vocale leggerà sempre il nome dell'elemento, non la sequenza dei simboli (ad esempio, dirà *gamma* non *prefisso-greco gi*, *unione* non *prefisso-insiemistica addizione*, *molto maggiore* non *maggiore maggiore*).

Consultare il documento matematico a video

Anche se LAMBDA è destinato ai ciechi, i suoi documenti dovranno essere fruibili anche da chi ci vede attraverso lo schermo o una normale stampante a inchiostro.

In ambito didattico è fondamentale l'apporto dell'insegnante che deve poter seguire tutto il processo didattico, non solo esaminare e valutare il lavoro conclusivo.

Quello che maggiormente caratterizza il modo di far matematica di uno studente cieco è la linearità del suo codice, non tanto l'uso del braille e delle altre apparecchiature particolari. Per essergli veramente d'aiuto, l'insegnante deve capire tutte le conseguenze che questo tipo di approccio comporta; ad esempio la necessità di usare marcatori che non sono necessari nella notazione grafica, i rischi di errore legati al loro uso, le maggiori difficoltà che si incontrano nell'operare con oggetti frazionari (ad esempio individuare il denominatore comune per sommare frazioni algebriche), le strategie da usare per manipolare il documento usando la tastiera anziché carta e penna. L'alunno deve essere aiutato in questo e toccherà evidentemente al suo insegnante farlo.

Per consentire ciò, il sistema LAMBDA mostra a video il testo matematico in modalità lineare, in piena corrispondenza con quanto appare sul display braille, usando un font grafico testuale. I simboli che non hanno una rappresentazione convenzionale vengono rappresentati con dei caratteri progettati espressamente (tuttora in fase di verifica) che mostrano in modo il più possibile chiaro e immediato il significato del testo.

Ad esempio, la formula

$$\sqrt[3]{x+y}$$

apparirà a video in questo modo

$$\sqrt[3]{x+y}$$

Per chi ci vede la versione lineare è innegabilmente meno immediata dell'altra ma, con un breve addestramento e un piccolo sforzo, è comunque facilmente accessibile; in questo modo, però, abbiamo conservato tutte le informazioni su come l'alunno rappresenta e gestisce la formula.

Grazia alla compatibilità con il MathML, con LAMBDA è possibile ottenere anche la visualizzazione tradizionale in modalità grafica, sia su schermo che su carta. Si ottiene un documento di buona qualità ma purtroppo non accessibile al non vedente; si userà solo quando veramente necessario, ad esempio per distribuire il lavoro finito in un contesto più ampio, al di fuori del proprio ambiente scolastico.

L'editor

L'editor di LAMBDA ha un'organizzazione molto simile a quella dei più comuni programmi di gestione testo.

Tutte le operazioni più frequenti, ad esempio aprire un file, salvarlo, selezionare una porzione di testo, cancellare, correggere, copiare, cancellare, incollare... si eseguono secondo le modalità standard di Windows e non presentano pertanto problemi di addestramento o adattamento.

Nella gestione degli elementi matematici e, soprattutto, delle strutture, l'ambiente LAMBDA offre molti strumenti in più per la scrittura, l'analisi e la manipolazione.

L'editor di LAMBDA, e questa è la sua principale caratteristica, riconosce le strutture aperte/chiuso e fornisce vari strumenti per gestire in modo facile e amichevole i blocchi dell'espressione, variamente interconnessi e annidati, che esse definiscono.

In modalità grafica la struttura di un'espressione è spesso immediatamente comprensibile, almeno nelle sue caratteristiche principali.

Prendiamo ad esempio questa espressione:

$$\sqrt{\frac{(x+1)^2}{(x+1)(x-1)} + \frac{x^2}{x-1}}$$

Grazie all'approccio visivo, la sua struttura globale viene colta immediatamente: si capisce al volo che tutta l'espressione è posta sotto radice e che il radicando è costituito dalla somma di due frazioni composte e basta una veloce analisi del contenuto per individuare subito delle efficaci semplificazioni per portarlo rapidamente ad un denominatore comune.

Ben diversa è la situazione con la notazione lineare:

$$\sqrt{\frac{(x+1)^2}{(x+1)(x-1)} + \frac{x^2}{x-1}}$$

Analizzando questa formula in modo sequenziale (l'unica modalità esplorativa consentita da tatto o dalla lettura vocale) le informazioni strutturali che prima erano immediate ed evidenti devono ora essere raggiunte con vari passaggi: decodificare i simboli in successione uno per uno, ricostruire mentalmente l'oggetto complessivo, analizzare questa immagine mentale per comprenderne la struttura e le relazioni interne. Per sapere, ad esempio, che tutta l'espressione è sotto radice bisogna completare l'analisi sequenziale finché si arriva all'ultimo marcatore (chiudi radice) e collegare mentalmente i due marcatori di apertura e chiusura e il testo da essi inglobato.

L'analisi dei blocchi è un'operazione che va spesso ripetuta più volte, a vari livelli in successione uno dentro l'altro, ed è proprio qui che risiede molto spesso la principale difficoltà operativa che incontra lo studente cieco in matematica.

La gestione dei blocchi

Una gestione efficiente dei blocchi della scrittura matematica lineare è uno dei principali obiettivi del sistema LAMBDA.

L'editor non può essere solo un sistema per registrare una sequenza di caratteri, come per un normale elaboratore di testi, ma deve riconoscere i blocchi, ossia sapere a quale marcatore *close* è collegato ciascun *open*, e viceversa, nonché a quali eventuali intermedi. A questo punto si possono realizzare tutta una serie di strumenti di supporto, ad esempio dei comandi per selezionare (e quindi cancellare, copiare, spostare...) tutto un blocco, per passare da un marcatore a quello collegato, per cancellare con una sola operazione tutti i marcatori di un blocco (utile, ad esempio, per semplificare un'espressione senza rischiare di lasciare marcatori inutili)...

Particolarmente importanti sono i comandi per le visualizzazioni alternative con i quali è possibile nascondere il contenuto dei blocchi, scegliendo il livello di profondità, per far risaltare la struttura di un'espressione e facilitarne la comprensione.

L'esempio che segue mostra la trasformazione della formula già vista sopra dalla presentazione normale (prima riga) al primo livello di compressione (seconda riga) fino al massimo livello (ultima riga).

$$\sqrt{\frac{(x+1)^2}{(x+1)(x-1)} + \frac{x^2}{x-1}}$$

$$\sqrt{()^2 () () + \frac{x^2}{x-1}}$$

$$\sqrt{\frac{}{}} + \frac{}{}$$

$$\sqrt{\frac{}{}}$$

Simile è la visualizzazione che nasconde il contenuto dei blocchi ma conserva gli spazi vuoti ed è utile, se la formula non è troppo lunga, per avere delle informazioni anche sulle dimensioni dei blocchi nascosti.

Ecco le trasformazioni della stessa formula con questo metodo (struttura espansa):

$\sqrt{\frac{(x+1)^2}{(x+1)(x-1)} + \frac{x^2}{x-1}}$
 $\sqrt{\left(\frac{\quad}{\quad}\right)^2 + \left(\frac{\quad}{\quad}\right) + \frac{x^2}{x-1}}$
 $\sqrt{\frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad}}$
 $\sqrt{\quad}$

In entrambi i casi, al massimo livello queste presentazioni mostrano solo i blocchi aperto-chiuso della radice quadrata e ci fanno quindi capire che questa espressione è tutta sotto radice. Passando al secondo livello vediamo che dentro la radice c'è la somma di due frazioni composte e così via.

In pratica viene offerto un modo alternativo per arrivare alla comprensione della formula, una potente risorsa in più rispetto alla sequenza che passa per la costruzione dell'immagine mentale.

Il problema degli errori

Il problema degli errori involontari di battuta è assai rilevante per un utente cieco che usa il computer con il solo display braille dato che le mani impegnate in scrittura sulla tastiera possono controllare il testo immesso solo in un secondo momento. In un testo matematico, sintetico e privo di ridondanze, questi errori sono assai dannosi e difficili da scoprire. Un errore di battuta in un testo letterario (se, ad esempio, si scrive *problima* anziché *problema*) quasi mai cambia il senso della frase ed è facile da individuare, grazie al contesto, anche in un secondo tempo; un errore di battuta in matematica (ad esempio $x+1$ anziché $x-1$) stravolge il significato dell'espressione e solo raramente può essere individuato dal contesto.

Prevenire questi errori è quindi di fondamentale importanza.

Un potente strumento di controllo offerto da LAMBDA è l'eco in scrittura: la sintesi pronuncia il nome degli elementi e dei marcatori che vengono inseriti, sia che si digitino attraverso la tastiera, direttamente o con tasti di scelta rapida, sia che si scelgano da menù.

Se non si può o non si vuole usare la sintesi, importante è anche la possibilità di effettuare la digitazione con la sola mano destra, attraverso il tastierino numerico, affinché la mano sinistra possa controllare in tempo reale quanto appare sul display. Serve un po' di addestramento iniziale ma ne vale la pena.

C'è un altro tipo di errore che è legato all'uso del computer, e non alla matematica, e riguarda quindi esclusivamente lo studente cieco risparmiando i compagni (un motivo in più per cercare di eliminarlo, o almeno ridurlo). Parliamo del rispetto della sintassi del codice LAMBDA, in particolare delle strutture a blocchi che devono essere sempre chiuse correttamente, inserendo il marcatore adatto. Se i blocchi non sono corretti (ad esempio, manca un marcatore oppure si mette un marcatore di chiusura che non c'entra nulla con la struttura aperta) non sarà possibile applicare le funzioni di LAMBDA che si basano sui blocchi (ad esempio le visualizzazioni alternative) e neppure quelle che richiedono la conversione in MathML.

Come al solito occorre tener presente che il problema non riguarda solo la scrittura iniziale della formula ma anche tutte le successive elaborazioni e trasformazioni. Se ad esempio vogliamo semplificare una frazione composta e lasciare solo il numeratore perché il denominatore è diventato uguale a uno, dobbiamo essere certi di cancellare tutti e tre i marcatori altrimenti la struttura complessiva della formula rimane squilibrata. Sono operazioni che andranno eseguite spessissimo, in situazioni diverse, e non possono sovrapporsi alle difficoltà reali legate all'apprendimento della matematica.

Il problema è affrontato da LAMBDA in modo piuttosto efficace:

- l'inserimento dei blocchi di chiusura e degli eventuali intermedi è assistito dal programma; l'utente dà un comando generico di chiusura (o di separazione) e il programma inserisce, in base al contesto, il marcatore adatto. Naturalmente non inserisce nulla, e si segnala l'errore, se nessun blocco è aperto;
- se si cerca di abbandonare una riga senza aver chiuso tutti i marcatori il comando è bloccato e viene segnalato l'errore;
- in fase di elaborazione del testo, i marcatori si possono eliminare solo con il comando che cancella contemporaneamente tutti quelli di un blocco in modo che non rimangano marcatori isolati che stravolgerebbero la struttura.

In questo modo gli errori di struttura sarebbero di fatto impossibili. Si inseriscono però dei vincoli che alcuni utenti più evoluti ed esigenti potrebbero rifiutare e per questo motivo tutte le funzioni legate al controllo della correttezza strutturale sono sottoposte alla discrezionalità dell'utente e configurabili nel menù di personalizzazione.

Abbiamo esaminato fin qui gli errori legati direttamente all'uso del computer e del codice LAMBDA ma parlando di matematica a scuola è evidente che avremo a che fare anche con errori legati alla disciplina, da quelli di calcolo a quelli di esecuzione o di corretta applicazione di regole e procedure.

Scopo di LAMBDA non è certamente quello di sostituirsi allo studente ma, anche in questo caso, di fornire uno strumento efficace per consentirgli di fare, in modo diverso ma possibilmente con analogo sforzo, quello che fanno gli altri.

Fondamentale è poter riesaminare il lavoro svolto e ripercorrere i vari passaggi. In questo caso non servono strumenti particolari ma piuttosto un'efficace strategia basata su un lavoro di copia e incolla e di trasformazioni successive. Per accelerare questi passaggi viene fornito un comando diretto per copiare e incollare in basso, una o due volte, la riga su cui si trova il cursore.

Queste operazioni sono comunque molto legate alle preferenze personali e LAMBDA fornisce gli strumenti per affrontarle con estrema flessibilità, compresa la possibilità di registrare una serie di comandi in una macro e assegnarle una combinazione di tasti di scelta rapida.

Flessibilità e personalizzazione

Come si è detto LAMBDA è destinato a studenti di età e competenze molto diverse, dalla scuola media all'università.

Sarà indispensabile poter adattare l'ambiente al singolo alunno, fornendo gli strumenti che servono e nascondendo quelli superflui, e offrendo la possibilità di applicare strategie diverse per raggiungere analoghi risultati.

Particolarmente interessante è la possibilità di memorizzare sequenze di operazioni che si devono svolgere molto spesso o per registrare degli script, ossia dei piccoli programmi, per crearsi delle nuove funzioni in base a specifiche esigenze. Sono chiaramente opzioni destinate a utenti esperti, studenti o insegnanti, ma in futuro sarà possibile far circolare questi adattamenti in modo che siano disponibili anche a chi non è in grado di realizzarli da sé.

Conclusioni

LAMBDA è un progetto triennale che si concluderà alla fine del 2005. Attualmente è in corso la sperimentazione del prototipo presso alcune decine di scuole in vari paesi europei; i punti da analizzare sono davvero molti dato che ai normali aspetti tecnici e di usabilità di un applicativo informatico, si aggiungono importanti valutazioni didattiche e una serie di considerazioni legate alla coerenza del sistema con le regole Braille adottate nei vari paesi.

È però evidente che le considerazioni didattiche, legate ad un processo di apprendimento che si valuta in anni e non certo in pochi mesi, rimarranno aperte anche dopo la fine del progetto.

LAMBDA è sostanzialmente uno strumento tecnico e non ha la pretesa di cambiare il modo di insegnare matematica ai ciechi; è però assai probabile che un sistema di questo tipo abbia delle ricadute importanti anche sulla didattica, come del resto ha avuto lo stesso computer in altre discipline. È importante gestire e non subire queste ricadute, evitando i tecnicismi e ragionando sempre partendo dal punto di vista dell'alunno.

Rimangono dei problemi aperti che potrebbero in futuro trovare anch'essi una soluzione, o almeno un aiuto, dall'informatica: ad esempio la gestione dei grafici nello studio delle funzioni e l'accesso alla matematica da parte degli ipovedenti.

Una seria collaborazione tra chi si occupa di tecnologie per ciechi e il mondo della scuola appare sempre più indispensabile per far sì che le potenzialità dei nuovi strumenti diventino fattori determinanti di crescita e di sviluppo dell'autonomia.